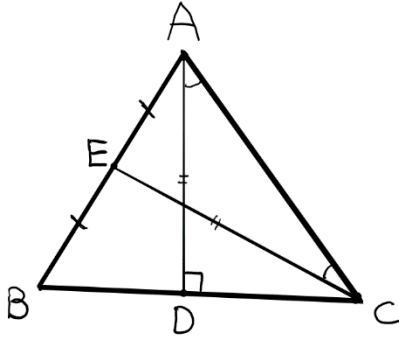


מבחן חרמון

משך המבחן 180 דקות.



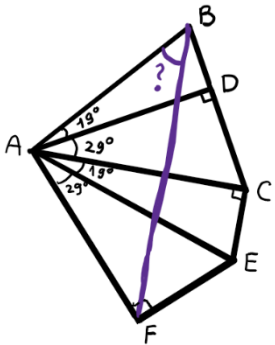
1. נתון משולש ABC ובו גובה AD ותיכון CE . נתון כי $\angle CAD = \angle ACE$ וגם $AD = CE$. האם המשולש הוא בהכרח משוכלל?

2. על מעגל מסומנות 12 נקודות. אחת מהנקודות צבועה באדום. נסתכל על משושים עם קודקודים בנקודות המסומנות. מה יש יותר – משושים בהם אחד הקודקודים הוא בנקודה האדומה, או משושים בהם אין את הנקודה האדומה.

3. פתרו את המשוואה $x^2 - xy = 3$ במספרים שלמים.

4. לדניאל יש חדר אמבטיה בצורת ריבוע, בה הרצפה מרוצפת על ידי הרבה מרצפות בצורת ריבוע עם צלע 5 ס"מ. הוא רוצה להחליף את הרצפה ולרצף אותה עכשיו על ידי משולשים משוכללים קטנים עם אורך צלע 5 ס"מ. פי כמה כמות מרצפות המשולשיות צריכה להיות גדולה מכמות המרצפות הריבועיות? (תנו תשובה מדויקת ככל האפשר, אבל אפשר להתעלם משפת החדר)

5. כמה מספרים טבעיים $1 \leq N \leq 100$ קיימים עבורם בדיוק 3 מהטענות הבאות מתקיימות:
 (1) N זוגי
 (2) N מתחלק ב-3
 (3) N מתחלק ב-4
 (4) N מתחלק ב-5
 (5) N מתחלק ב-6
 (6) N מתחלק ב-10



6. נתון משולש ABC עם גובה AD . מחוץ למשולש בנוי משולש ACE ומחוץ אליו בנוי משולש AEF . נתון כי $\angle ACE = \angle AFE = 90^\circ$, $\angle DAB = \angle CAE = 19^\circ$, $\angle CAD = \angle FAE = 29^\circ$. מצאו את $\angle ABF$.

7. לאיילה יש אוסף של 5 משקולות במשקלים לא ידועים ומאזניים קסומים עם שתי כפות. אם שמים שלוש משקולות בכף אחד ושתי משקולות בכף השנייה המאזניים מראים באיזו כף המשקל יותר גדול ובכמה (בכל מקרה אחר המאזניים לא מראים כלום).
 לאחר 5 שקילות הקסם במאזניים נגמר והם מפסיקים לעבוד.
 א. האם איילה יכולה לגלות את סכום המשקלים של חמשת המשקולות באמצעות המאזניים?
 ב. האם איילה יכולה לעשות זאת לאחר שברוזה השתמש במאזניים פעם אחת ולא גילה לה את תוצאות השקילה?

בהצלחה!