الأولمبيادة القطريّة في الرّياضيّات للصّفين: السّادس والسّابع

المرحلة النهائيّة – سنة 2024

مدّة المسابقة - 3 ساعات. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة أو أي شيء يحتوي على آلة حاسبة. يجب إيقاف تشغيل كافّة الهواتف.
يجب الكتابة **بقلم حبر** على وجه واحد فقط من الصّفحات الفارغة الّتي سيتم توزيعها من قبل المراقبين.
يمكنك التّوجّه للمراقبين في أيّ استفسار. ممنوع منعًا باتًّا الحصول على المساعدة من أي شخص آخر.

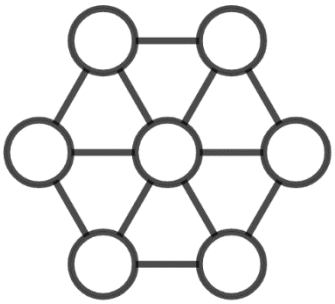
1. الأعداد من 1 إلى 100 مسجّلة على اللّوح في ترتيب تصاعدي، كما يلي:

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \ldots \quad 99 \quad 100$$

تكتب غزالة علامات الجمع + أو الضرب × بين الأرقام (ممكن أن يكون قسم علامات ضرب وقسم علامات جمع). بعد ذلك تضيف البّطة الأقواس أينما تريد، حيث يبقى التّعبير قانونيّ.

تريد غزالة أن تكون نتيجة فرديّة. هل يمكنها التأكّد من أنّ النّتيجة ستبقى فرديّة، مهما فعلت البطّة؟ فسّروا إجابتكم.

2. كتب فرس النّهر في كلّ دائرة عدداً طبيعياً (عدداً صحيحاً وأكبر من 0). سجّل في كلّ مثلّث صغير مجموع الأعداد الموجودة في رؤوسه الثّلاثة. هل من الممكن أن تكون قد حصلت على 6 أعداد طبيعية متتالية؟ فسّروا جوابكم.



3. ثلاثة أعداد حقيقيّة a, b, c وجميعها تختلف عن الصّفر تحقّق:

$$abc - \frac{1}{abc} = a + b + c - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$$

برهنوا أنّه على الأقلّ اثنين من هذه الأعداد $a,\ b,\ c,\ \frac{1}{a},\ \frac{1}{b},\ \frac{1}{c}$ متساويان.

4. متوالية حسـابيّة هي متوالية الأعداد الّتي يكون الفرق ثابتًا بين أي عددين متجاورين فيها. هل توجد متوالية حسـابيّة تصـاعدية طولها 8 من الأعداد الطبيعيّة، بحيث فيها مجموع أرقام منازل أعدادها متوالية تنازليّة؟ فسّروا جوابكم.

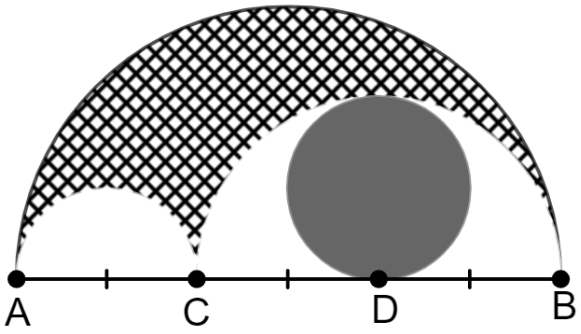
الاستمراريّة في الصّفحة الثّانية

שאלוני שלב הגמר, פתרונותיהם ומידע נוסף יפורסמו אחרי 2.06.24 באתר האולימפיאדה. אין לשתף שאלות עד אז.
www.israelmath.com/olymp

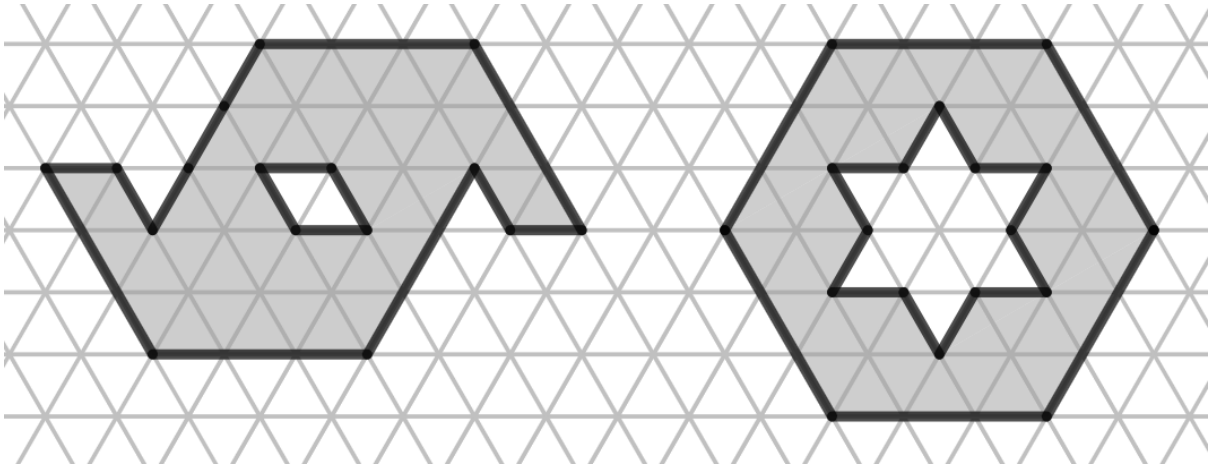
مدّة المسابقة - 3 ساعات. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة أو أي شيء يحتوي على آلة حاسبة. يجب إيقاف تشغيل كافّة الهواتف.
يجب الكتابة **بقلم حبر** على وجه واحد فقط من الصّفحات الفارغة الّتي سيتم توزيعها من قبل المراقبين.
يمكنك التّوجّه للمراقبين في أيّ استفسار. ممنوع منعًا باتًّا الحصول على المساعدة من أي شخص آخر.

5. جدوا عددًا يظهر على الأقلّ 16 مرة في جدول ضرب الأعداد من 1 إلى 100. اشرحوا كيف نعرف أنه يظهر على الأقلّ 16 مرّة.

6. مُعطاة قطعة أفقية AB، مقسمة إلى 3 أجزاء متساوية كما يلي: AC=CD=DB. فوقها تمّ بناء نصف دائرة قطرها AB، ونصف دائرة قطرها AC، ونصف دائرة قطرها CB. بالإضافة إلى ذلك، تمّ بناء دائرة محصورة في نصف الدائرة الّتي قطرها CB وتلامس القطعة CB عند النّقطة D. جد النّسبة بين مساحة الدّائرة (المشار إليها باللّون الرّماديّ) والمساحة داخل نصف الدّائرة الكبيرة، ولكن خارج أنصاف الدوائر الصّغيرة (أي المساحة المخطّطة). فسّروا جوابكم.



7. ارسموا كيف نقصّ الشّكل الأيسر إلى جزأين متطابقين (لهما نفس الشّكل والكِبَر) ثمّ نركّب من هذين الجزأين الشّكل الأيمن.



بالنّجاح

שאלוני שלב הגמר, פתרונותיהם ומידע נוסף יפורסמו אחרי 2.06.24 באתר האולימפיאדה. אין לשתף שאלות עד אז.
www.israelmath.com/olymp