الأولمبيادة القطريّة في الرّياضيّات للصّفين: الثّامن والتّاسع

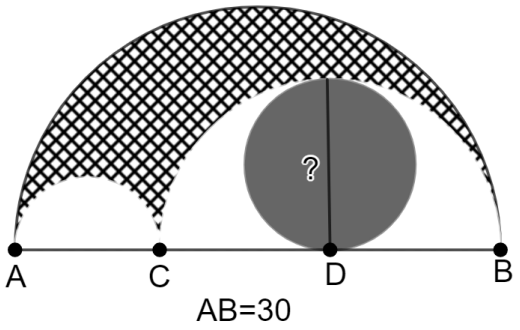
المرحلة النهائيّة – سنة 2024

مدّة المسابقة - 3 ساعات. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة أو أي شيء يحتوي على آلة حاسبة. يجب إيقاف تشغيل كافّة الهواتف.
يجب الكتابة **بقلم حبر** على وجه واحد فقط من الصّفحات الفارغة الّتي سيتم توزيعها من قبل المراقبين.
يمكنك التّوجّه للمراقبين في أيّ استفسار. ممنوع منعًا باتًّا الحصول على المساعدة من أي شخص آخر.

1. مع غزالة دفترٌ فارغٌ ولوحٌ. في البداية مسجّل العدد 1 مئة مرّة. في كلّ مرّة تختار غزالة عددين a,b مكتوبين على اللّوح، ثم تقوم بحذفهما، ثمّ
   - على اللّوح تسجّل حاصل مجموعهما a+b،
   - وفي الدّفتر تسجّل نتيجة ضربهما a·b.

   في النّهاية بقي على اللّوح عدد واحد. ما هي جميع الاحتمالات لمجموع جميع الأعداد المسجّلة في الدّفتر؟

2. مُعطاة قطعة أفقية AB طولها 30، وعليها النّقطة C. فوقها تمّ بناء نصف دائرة قطرها AB، ونصف دائرة قطرها AC، ونصف دائرة قطرها CB. بالإضافة إلى ذلك، تمّ بناء دائرة محصورة في نصف الدّائرة الّتي قطرها CB وتلامس نصف القطعة CB. معطى أنّ مساحة الدّائرة (المشار إليها باللّون الرّماديّ)، **تساوي** المساحة المخطّطة الّتي تقع داخل نصف الدّائرة الكبيرة، ولكن خارج أنصاف الدوائر الصّغيرة (أي). جدوا قطر الدّائرة الرّماديّة.



3. معطاة ورقة تربيعات أطوالها 57×84. في وسط أحد التّربيعات يجلس ضفدع. يوجد على الورقة k خطوط مستقيمة، بحيث أنّ كلّ خط هو إمّا أفقيٌّ أو عموديٌّ ويمرّ في رؤوس التّربيعات. يختار الضّفدع في كلّ دقيقة أحد الخطوط المشار إليها ويقفز إلى تربيعة متماثلة بالنسبة لهذا الخط. معطى أنّ الضّفدع قد مرّ في كلّ تربيعة في الورقة مرّة واحدة بالضّبط. جدوا ال k الأصغر ما يمكن الّذي ممكن أن يحقّق ذلك.

שאלוני שלב הגמר, פתרונותיהם ומידע נוסף יפורסמו אחרי 2.06.24 באתר האולימפיאדה. אין לשתף שאלות עד אז.
www.israelmath.com/olymp

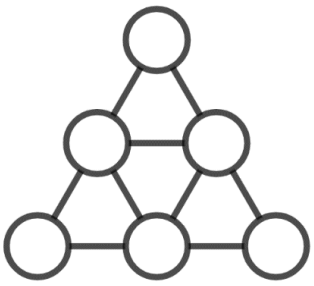
الأولمبيادة القطريّة في الرّياضيّات للصّفين: الثّامن والتّاسع

المرحلة النهائيّة – سنة 2024

مدّة المسابقة - 3 ساعات. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة أو أي شيء يحتوي على آلة حاسبة. يجب إيقاف تشغيل كافّة الهواتف.
يجب الكتابة **بقلم حبر** على وجه واحد فقط من الصّفحات الفارغة الّتي سيتم توزيعها من قبل المراقبين.
يمكنك التّوجّه للمراقبين في أيّ استفسار. ممنوع منعًا باتًّا الحصول على المساعدة من أي شخص آخر.

4. جد طول أطول متوالية حسابيّة تصاعديّة بحيث أنّ جميع الأعداد الّتي فيها تظهر في جدول ضرب الأعداد من 1 إلى 100.

5. في الدّوائر في الرّسم التّالي مسجّلة الأعداد الطبيعيّة من 1 إلى 6، في كلّ دائرة عدد مختلف. في كلّ مثلّث من المثلّثات الأربعة نسجّل حاصل ضرب الأعداد الموجودة في رؤوسه، ثمّ نجمع حواصل الضّرب الأربعة كلّها. ما هو أصغر حاصل جمع وأكبر حاصل جمع يمكن الحصول عليه نتيجة لذلك؟



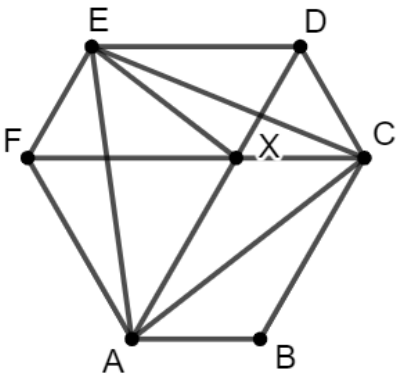
המשך בצד השני

שאלוני שלב הגמר, פתרונותיהם ומידע נוסף יפורסמו אחרי 2.06.24 באתר האולימפיאדה. אין לשתף שאלות עד אז.
www.israelmath.com/olymp

الأولمبيادة القطريّة في الرّياضيّات للصّفين: الثّامن والتّاسع

المرحلة النهائيّة – سنة 2024

مدّة المسابقة - 3 ساعات. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة أو أي شيء يحتوي على آلة حاسبة. يجب إيقاف تشغيل كافّة الهواتف.
يجب الكتابة **بقلم حبر** على وجه واحد فقط من الصّفحات الفارغة الّتي سيتم توزيعها من قبل المراقبين.
يمكنك التّوجّه للمراقبين في أيّ استفسار. ممنوع منعًا باتًّا الحصول على المساعدة من أي شخص آخر.



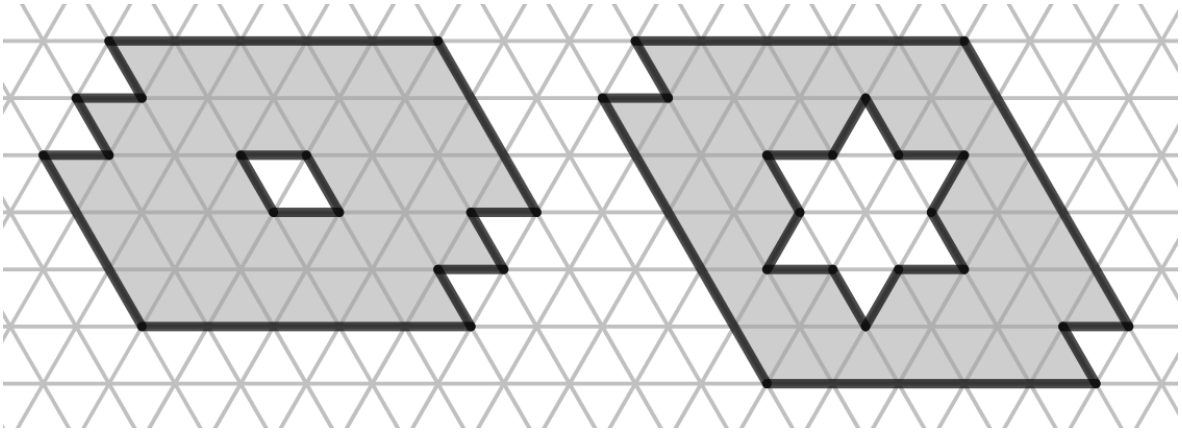
6. مُعطى شكل سداسيّ منتظم ABCDEF، جميع زواياه $120°$. معطى أيضا AB=CD=EF وأيضًا BC=DE=FA. يلتقي القطران AD,CF عند النقطة X. وسنشير بـ S(ACX),S(AEX),S(CEX) إلى مساحات المثلثات ACX,AEX,CEX. برهنوا أن

$$\left(S(ACX)\right)^2 = S(AEX) \cdot S(CEX)$$

7.أ. هل يوجد لكلّ عدد طبيعي n≥2 متوالية حسابية تصاعديّة بطول n من الأعداد الطبيعية، حيث إنّ مجموع أرقام منازل الأعداد فيها يُكوّن **متوالية تنازليّة**؟

ب. هل يوجد لكلّ عدد طبيعي n≥2 متوالية حسابيّة تصاعديّة بطول n من الأعداد الطبيعيّة، حيث إنّ مجموع أرقام منازل الأعداد فيها يكوّن **متوالية حسابيّة تنازليّة**؟

8.ارسموا كيف نقصّ الشّكل الأيسر إلى جزأين متطابقين، ثمّ نركّب من هذين الجزأين الشّكل الأيمن.



بالنّجاح!

שאלוני שלב הגמר, פתרונותיהם ומידע נוסף יפורסמו אחרי 2.06.24 באתר האולימפיאדה. אין לשתף שאלות עד אז.
www.israelmath.com/olymp