



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ו'-ז'

שלב הגמר, שנת תשפ"ד

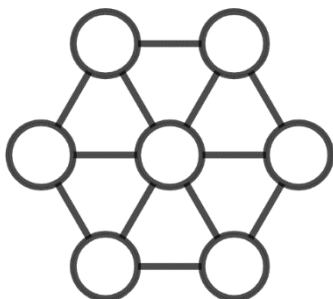
משך התחרות – 3 שעות. אסור להשתמש במחשבון או בכל מה שמכיל מחשבון. יש **לכבות** את כל הטלפונים. יש לכתוב **בעט**, רק על הדפים הריקים שיחולקו על ידי המשגיחים, בצד אחד בלבד. ניתן לפנות למשגיחים עם כל שאלה. קבלת עזרה מכל אחד אחר **אסורה בהחלט**.

1. על הלוח רשומים המספרים מ-1 עד 100 בסדר עולה, כך:

1 2 3 4 ... 99 100

איילה רושמת סימני חיבור + או כפל \times בין המספרים (אפשר חלק כפל וחלק חיבור). אחרי זה ברווז מוסיף סוגריים איפה שהוא רוצה, כך שעדיין נשאר ביטוי חוקי.

איילה רוצה שתוצאת הביטוי תהיה אי-זוגית. האם היא יכולה לדאוג שלא משנה מה ברווז יעשה, התוצאה בכל מקרה תהיה אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.



2. היפו רשם בכל אחד מהעיגולים מספר טבעי (שלם וגדול מ-0). בכל משולש קטן הוא רשם סכום של המספרים בשלושת קודקודיו. האם יכול להיות שיצאו לו 6 מספרים טבעיים עוקבים? נמקו את תשובתכם.

3. מספרים ממשיים a, b, c שכולם שונים מ-0 מקיימים

$$abc - \frac{1}{abc} = a + b + c - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$$

הוכיחו כי לפחות שניים מתוך המספרים $a, b, c, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ שווים זה לזה.

4. סדרה חשבונית היא סדרת מספרים בה הפרש בין כל שני מספרים סמוכים קבוע. האם קיימת סדרה חשבונית עולה באורך 8 של מספרים טבעיים, בה סכומי ספרות של המספרים מהווים סדרה יורדת? נמקו את תשובתכם.

5. מצאו מספר שמופיע לפחות 16 פעמים בלוח הכפל של מספרים מ-1 עד 100. הסבירו איך יודעים שהוא מופיע לפחות 16 פעמים.

המשך בצד
השני

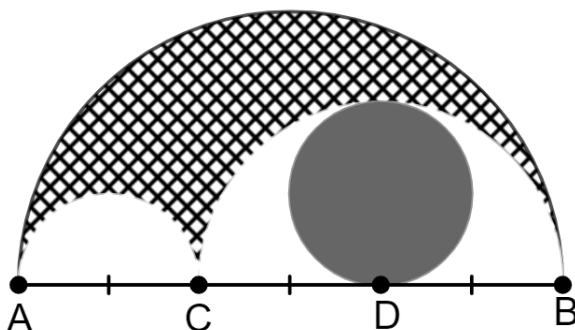


האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ו'-ז'

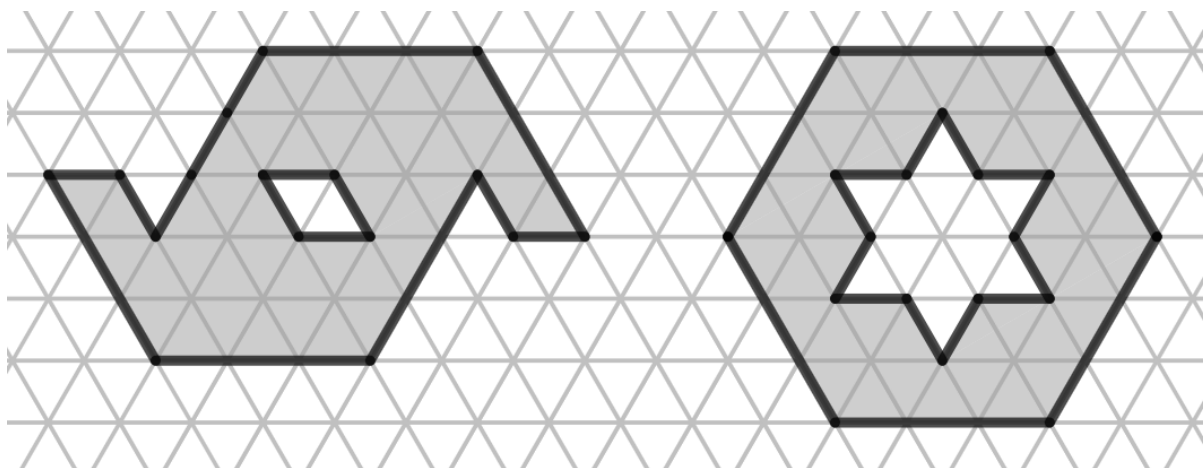
שלב הגמר, שנת תשפ"ד

משך התחרות – 3 שעות. אסור להשתמש במחשבון או בכל מה שמכיל מחשבון. יש לכבות את כל הטלפונים. יש לכתוב בעט, רק על הדפים הריקים שיחולקו על ידי המשגיחים, בצד אחד בלבד. ניתן לפנות למשגיחים עם כל שאלה. קבלת עזרה מכל אחד אחר **אסורה בהחלט**.

6. נתון קטע אופקי AB , המחולק ל-3 חלקים שווים כך: $AC = CD = DB$. מעליו בונים חצי עיגול עם קוטר AB , חצי עיגול עם קוטר AC וחצי עיגול עם קוטר CB . בנוסף בונים עיגול שחוסם בחצי עיגול שקוטרו CB ומשיק לקטע CB בנקודה D . מצאו את היחס בין שטח העיגול (המסומן באפור) לשטח שבתוך חצי העיגול הגדול אבל מחוץ לחצאי בעיגולים הקטנים (המקווקו). נמקו את תשובתכם.



7. ציירו כיצד לחתוך את הצורה השמאלית לשני חלקים חופפים (זהים בצורה ובגודל) ואז להרכיב מהחלקים את הצורה הימנית.



בהצלחה!