

# Всеизраильская олимпиада по математике для шестых-седьмых классов



## Финал, 5784 год

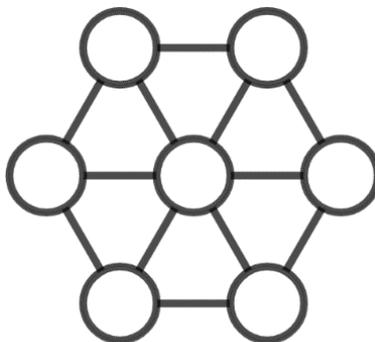
Продолжительность соревнования – 3 часа. Запрещено пользоваться калькуляторами и всем, что содержит калькуляторы.  
Все телефоны должны быть **выключены**. Решения надо писать **ручкой**, на чистых листах, которые будут розданы, и только с одной стороны.  
Разрешено обращаться к проводящим олимпиаду с любыми вопросами. Обращение за помощью к кому-либо другому **строго запрещено**.

1. На доске записаны числа от 1 до 100 в порядке возрастания:

1 2 3 4 ... 99 100

Лань пишет знаки сложения + или умножения  $\times$  между числами (можно часть +, а оставшиеся  $\times$ ). После этого Селезень добавляет скобки по своему желанию (так, чтобы вышло осмысленное выражение). Лань хочет, чтобы результат выражения вышел нечётным. Может ли она добиться, чтобы независимо от действий Селезенья, в любом случае вышел бы нечётный результат? Ответ обоснуйте.

2. Бегемот записал в каждый из кружочков натуральное (целое и большее 0) число. В каждом маленьком треугольнике он записал сумму чисел в его трёх вершинах. Могло ли оказаться, что у него получились 6 последовательных натуральных чисел? Ответ обоснуйте.



3. Отличные от 0 действительные числа  $a, b, c$  удовлетворяют равенство

$$abc - \frac{1}{abc} = a + b + c - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$$

Докажите, что по крайней мере два из чисел  $a, b, c, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$  совпадают.

4. Арифметическая прогрессия – это последовательность чисел с постоянной разностью между соседними членами. Существует ли возрастающая арифметическая прогрессия длины 8 из натуральных чисел, для которой суммы цифр образуют убывающую последовательность? Ответ обоснуйте.
5. Найдите число, которое встречается не меньше 16 раз в таблице умножения чисел от 1 до 100. Объясните, откуда известно, что оно встречается не меньше 16 раз.

Продолжение на  
обороте

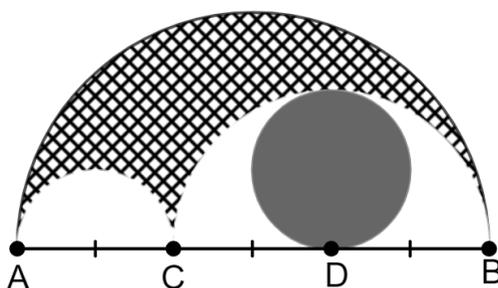
Всеизраильская олимпиада по математике  
для шестых-седьмых классов



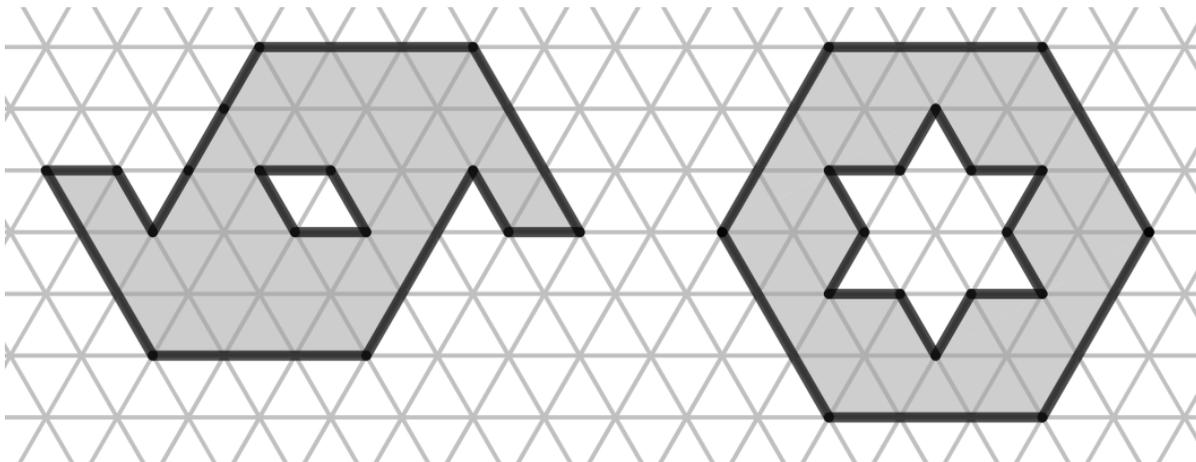
Финал, 5784 год

Продолжительность соревнования – 3 часа. Запрещено пользоваться калькуляторами и всем, что содержит калькуляторы.  
Все телефоны должны быть **выключены**. Решения надо писать **ручкой**, на чистых листах, которые будут розданы, и только с одной стороны.  
Разрешено обращаться к проводящим олимпиаду с любыми вопросами. Обращение за помощью к кому-либо другому **строго запрещено**

6. Горизонтальный отрезок  $AB$  поделен на 3 равные части:  $AC = CD = DB$ . Над ним строят полукруг с диаметром  $AB$ , полукруг с диаметром  $AC$  и полукруг с диаметром  $CB$ . Кроме того, строят круг, который вписан в полукруг с диаметром  $CB$  и касается отрезка  $CB$  в точке  $D$ . Найдите отношение между площадью круга (на рисунке серая) к площади фигуры, которая находится между большим полукругом и маленькими полукругами (на рисунке заштрихована). Ответ обоснуйте.



7. Нарисуйте, каким образом разрезать фигуру, изображённую слева, на две равные (по форме и площади) и составить из этих частей фигуру, изображённую справа.



בהצלחה!