



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ו'ז'
שלב א, שנת תשפ"ו

1. בציור טבלה בגודל 6×6 , ובכל משבצת של הטבלה רשום מספר. מצאו מצולע המורכב מ-9 משבצות בו סכום במספרים הכתובים במשבצות יהיה גדול ככל האפשר. מהו הסכום של המספרים במצולע כזה?
(כל המשבצות של המצולע צריכות להיות מחוברות עם צלע של משבצת)
בדוגמה מצולע בעל 9 משבצות עם סכום 283, אבל זה לא הסכום הכי גדול שאפשר להגיע אליו.

דוגמה

5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1

5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1

5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1

תשובה: 383

פתרון: נשים לב שהמספרים 55 ו-51 נמצאים במשבצות הבאות: בצורה שלנו יהיה 9 משבצות מחוברות, לכן הצורה חייבת להכיל לפחות 2 משבצות לבנות (כי למשבצת לבנה אחת יכולות להיות מחוברות רק 4 משבצות שחורות)

יש רק צורה אחת שמתאימה ותופסת 7 משבצות שחורות ו-2 לבנות, ויש 4 דרכים שונות (מבחינת סכום מספרים בתוך הצורה) לשים את הצורה על הלוח:

5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1

5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1

5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1

5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1
5	55	5	55	5	55
51	1	51	1	51	1

ההבדל היחיד הוא בכמות ה-1ים וה-5ים כספרת יחידות, והכי טוב שאפשר זה 3-1ים כמו בתמונה הכי ימנית. $50 \cdot 7 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 3 = 383$.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ו'-ז'
שלב א, שנת תשפ"ו

2. בתמונה – תשבץ מספרים.

1	2	3	4
5			
6			

מצאו את המספר הארבע-ספרתי במשבצות המסומנות (5 מאוזן).
למספרים אסור להתחיל ב-0.

מאוזן (אופקי):

(1 חזקה של 2

(5) ????

(6 חזקה של 6

מאונך:

(1 מתחלק ב-11

(2 מתחלק ב-21

(3 חזקה שלישית פחות 3

(4 ריבוע שלם

תשובה: 4495

פתרון:

חזקות 4-ספרתיות של 2 הן: 1024, 2048, 4096, 8192. אסור שתהיה ספרה 0 בתחילת מספר (2 מאונך), לכן החזקה היחידה שמתאימה היא 8192.
חזקות 4-ספרתיות של 6 הן 1296, 7776.

¹ 8	² 1	³ 9	⁴ 2
⁵			
⁶ 7	7	7	6

או

¹ 8	² 1	³ 9	⁴ 2
⁵			
⁶ 1	2	9	6

נבדוק 2 מאונך: מספרים תלת-ספרתיים שמתחילים ב-1 ומתחלקים ב-21 הם: 105, 126, 147, 168, 189. לכן האפשרות של 7776 היא היחידה האפשרית.
נשלים את שאר המספרים:

¹ 8	² 1	³ 9	⁴ 2
⁵ 4	4	9	5
⁶ 7	7	7	6

8_7 שמתחלק ב-11 זה 847 . 1_7 שמתחלק ב-21 זה כאמור 147. חזקה שלישית פחות 3 יכולה להיות רק

$997 = 1000 - 3$, כי $9^3 = 729$ וזה יותר מדי קטן. ריבועים

שלמים תלת-ספרתיים שמתחילים ב-2 הם $225 = 15^2$,

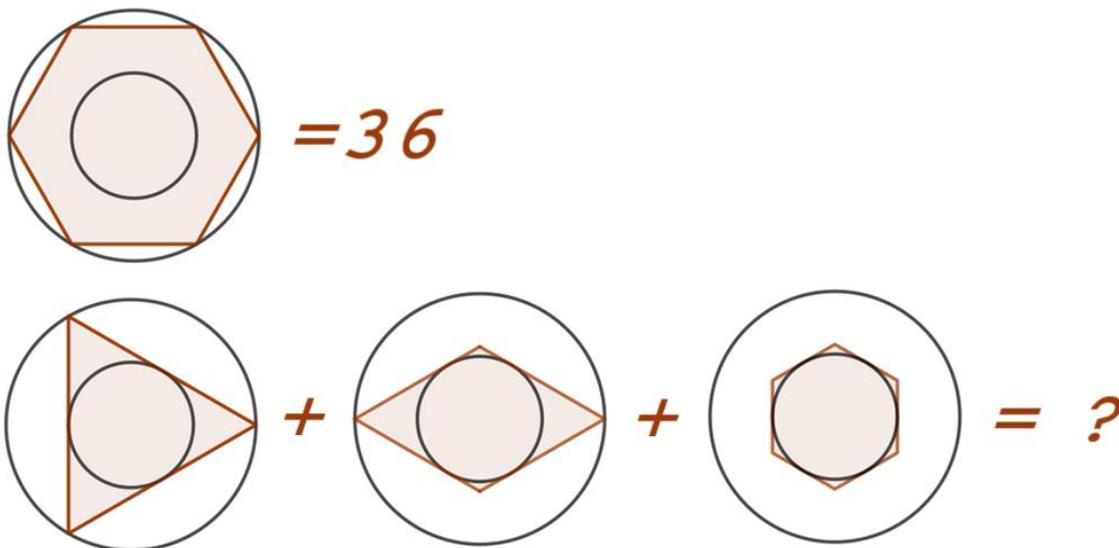
$256 = 16^2$, $289 = 17^2$. רק 256 מתאים. כלומר קיבלנו

4495



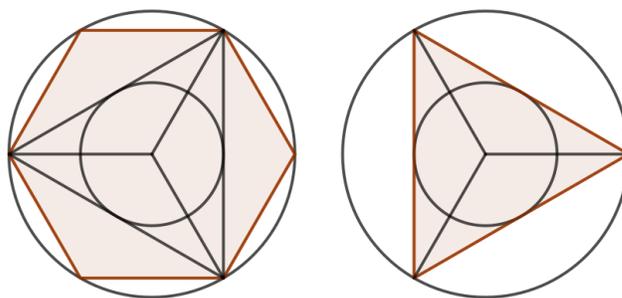
האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ו'-ז'
 שלב א, שנת תשפ"ו

3. בתמונה הבאה 4 זוגות מעגלים בעלי אותו מרכז. כל המעגלים הגדולים חופפים זה לזה, וכל המעגלים הקטנים חופפים זה לזה.
 בנוסף בתמונה:
 משושה משוכלל שכל קודקודיו על המעגל הגדול,
 משולש משוכלל שכל קודקודיו על המעגל הגדול כל צלעותיו משיקות למעגל הקטן,
 מעוין ששני קודקודיו הנגדיים על המעגל הגדול, וכל צלעותיו משיקות למעגל הקטן,
 ומשושה משוכלל שכל צלעותיו משיקות למעגל הקטן.
 נתון כי שטח המשושה הגדול הוא 36. מצאו את סכום השטחים של שלושת המצולעים האחרים.



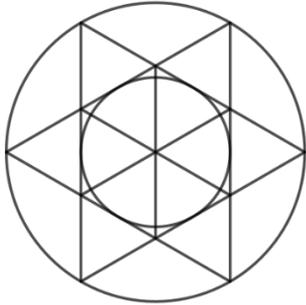
תשובה: 46

פתרון: משושה גדול פי 2 יותר גדול מהמשולש, כפי שמתואר בצירוף הבא, ולכן שטח המשולש הוא 18 (פי 2 קטן מ-36).





האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ו'-ז'
שלב א, שנת תשפ"ו



את המשולש, המעוין והמשושה הקטן אפשר לחלק
למשולשים קטנים, כמו שמתואר בציור. משולש מורכב מ-
9 משולשים קטנים, לכן שטח כל משולש קטן הוא 2 (פי 9
קטן מ-18).

במשולש יש 9 משולשים קטנים, במעוין – 8 ובמשושה
הקטן – 6. סה"כ 23 משולשים קטנים, לכן השטח הכולל
הוא 46.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לביתות ו'ז'
שלב א, שנת תשפ"ו

4. בחנות מוכרים דובדבנים, פטל, ענבים ותפוחים. קילוגרם של תפוחים ושני קילוגרמים של ענבים עולים ביחד 77 שקלים. קילוגרם של ענבים ושני קילוגרמים של דובדבנים עולים ביחד 157 שקלים. קילוגרם של דובדבנים ושני קילוגרמים של פטל עולים ביחד 317 שקלים.
כמה עולים קילוגרם של תפוחים ו-8 קילוגרמים של פטל?



תשובה: **1031** שקלים

פתרון: נסמן מחירי תפוחים, ענבים, דובדבנים ופטל ב-A, B, C, D. אז נקבל:

$$\begin{cases} A + 2B = 77 \\ B + 2C = 157 \\ C + 2D = 317 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + 2B = 77 \\ 2B + 4C = 314 \\ 4C + 8D = 1268 \end{cases}$$

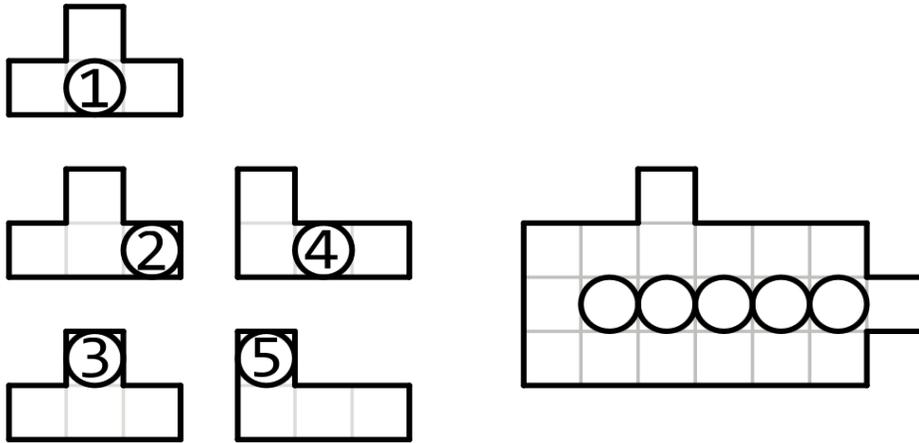
ולכן $A + 8D = A + 2B - 2B - 4C + 4C + 8D = 77 - 314 + 1268 = 1031$





האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ו'-ז'
 שלב א, שנת תשפ"ו

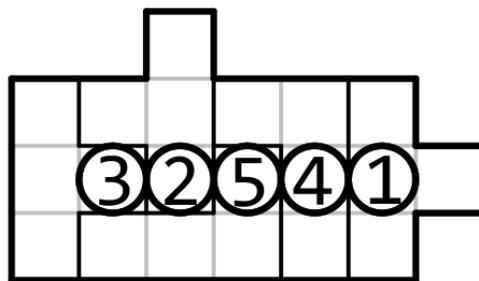
6. בתמונה – 5 חלקים וצורה גדולה. בתמונה – 5 חלקים וצורה גדולה.
 הרכיבו את הצורה מהחלקים, כך שהמספרים המצוירים על החלקים יהיו במקום של
 העיגולים שעל הצורה. מותר לסובב או להפוך את החלקים. מצאו את המספר ה-5
 ספרתי שמתקבל בצורה הגדולה (משמאל לימין).



תשובה: 32541

פתרון:

זו הדרך היחידה לחלק את הצורה לפי החוקים:



לצורה עם ה-1 אין מקום אחר בו היא יכולה להיות. למשבצת הכי עליונה אין צורה
 אחרת שיכולה להתאים, ואם הצורה הייתה מסובבת ימינה ולא שמאלה אז משמאלה לא
 הייתה צורה שיכולה להתאים. ואז צורה עם 3 חייבת להיות כמתואר בציור, ואז גם
 הצורות עם 5 ו-4.

בהצלחה!