



الأولمبيادة القطرية في الرياضيات للصفين السابع والثامن

المرحلة النهائية – سنة 2026

مدة المسابقة - 3 ساعات. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة أو أي شيء يحتوي على آلة حاسبة. يجب إيقاف تشغيل كافة الهواتف. يجب الكتابة بقلم جبر على وجه واحد فقط من الصفحات الفارغة التي سيتم توزيعها من قبل المراقبين. يمكنك التوجه للمراقبين في أي استفسار. ممنوع منعاً باتاً الحصول على المساعدة من أي شخص آخر. الحل الجزئي للسؤال قد يمنحك بعض النقاط.

1. لدى إيليا ميزان يظهر الوزن الدقيق لما يُوضع عليه. لدى إيليا 6 تفاحات: 4 منها حقيقية، لجميعها يوجد نفس الوزن، وتفاحة واحدة بلاستيكية تزن أقل من التفاحة الحقيقية، وتفاحة واحدة معدنية تزن وزنها أكثر من وزن تفاحتين حقيقيتين معاً.

كيف يمكن اكتشاف أوزان أنواع التفاح الثلاثة باستخدام 4 عمليات وزن فقط على الميزان؟
(عندما نزن التفاح ، لا نعرف ممّا هو مصنوع)."

2. كتب نبيه في دفتره 4 أعداد صحيحة موجبة. ثم قام بتسجيل كل حواصل الجمع الستة الممكنة الناتجة عن جمع اثنين من هذه الأعداد ،

ثم سجّل كل حواصل الجمع الأربعة الممكنة الناتجة عن جمع ثلاثة من هذه الأعداد (الأعداد الأربعة الأولى التي اختارها). كتب النتائج العشر التي حصل عليها على ورقة منفصلة، بترتيب تصاعدي. وهذه هي النتائج العشر التي حصل عليها:

9, 23, 28, 30, 82, 87, 89, 101, 103, 108

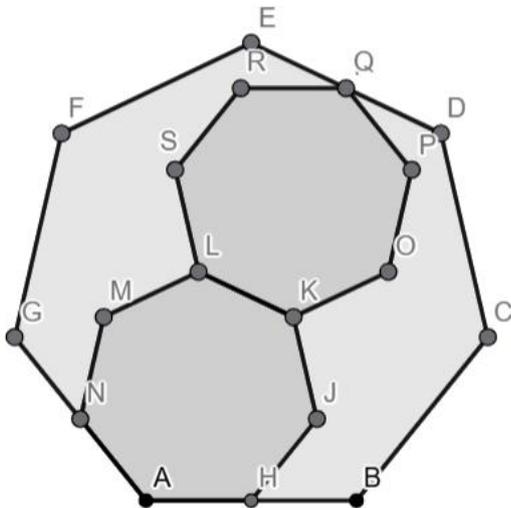
جدوا الأعداد الأربعة الأصلية التي كتبها نبيه.

3. في المعادلة التالية، تم استبدال الأرقام المتماثلة بحروف متماثلة، والأرقام المختلفة بحروف مختلفة. جدوا الأرقام الأصلية (لا حاجة للبرهان/الإثبات في هذا السؤال):

(ملاحظة: AB في الطرف الأيسر يمثل عدداً مكوناً من خانتين).

$$\frac{A}{B} + \frac{B}{A} + \frac{B}{C} + \frac{C}{B} + \frac{A}{C} + \frac{C}{A} = AB$$

سجّلوا حكمكم.



4. في الرسم التالي ثلاثة مسّعات (مضلّعات سباعية منتظمة): ABCDEFG و AHJKLMN و LKOPQRS. معلوم أنّ النقطتين N و H هما منتصف القطعتين المستقيمتين AG و AB على التّلاؤم. برهنوا أنّ النّقطة Q تقع على لقطعة المستقيمة DE.



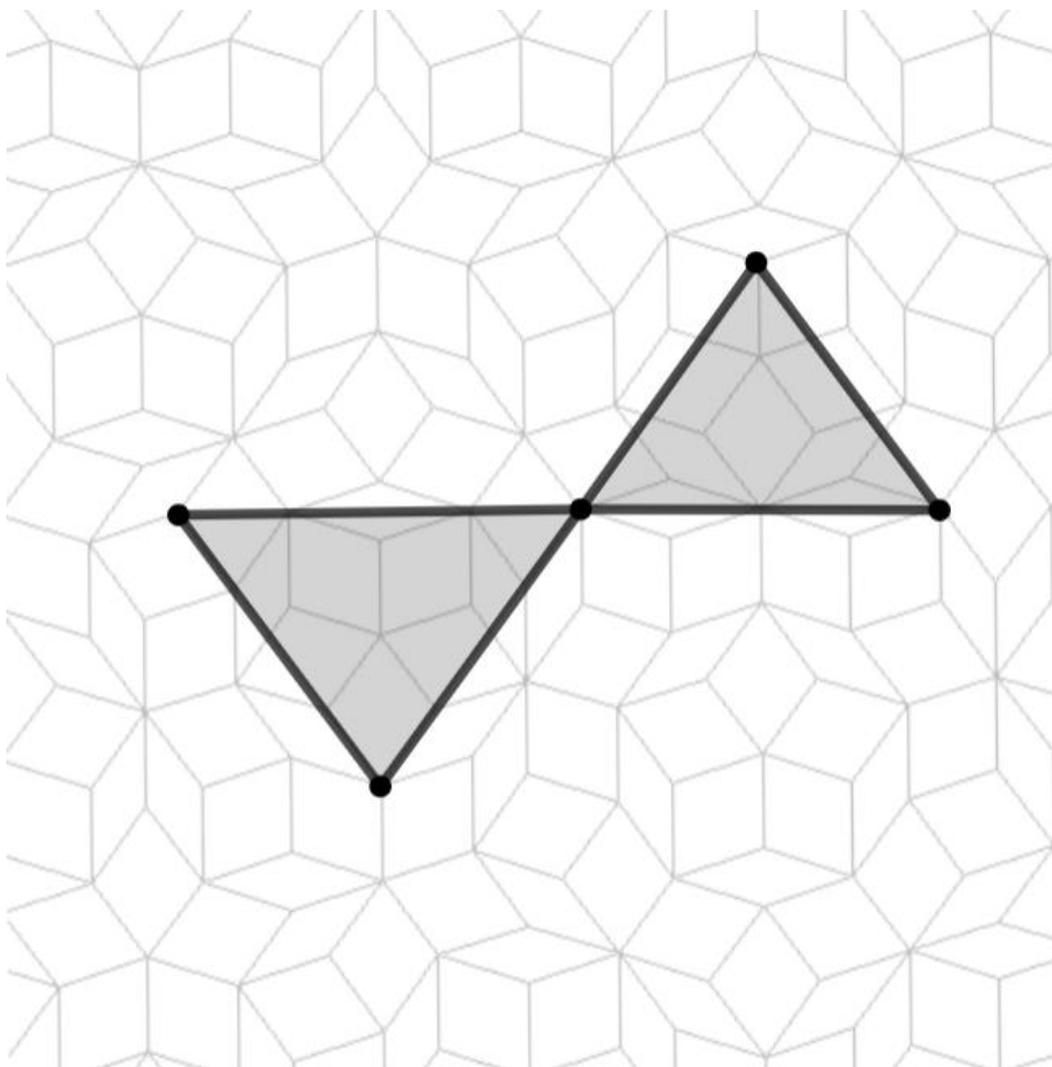
الأولمبيادة القطرية في الرياضيات للصفين السابع والثامن

المرحلة النهائية – سنة 2026

مدة المسابقة - 3 ساعات. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة أو أي شيء يحتوي على آلة حاسبة. يجب إيقاف تشغيل كافة الهواتف. يجب الكتابة بقلم حبر على وجه واحد فقط من الصفحات الفارغة التي سيتم توزيعها من قبل المراقبين. يمكنك التوجه للمراقبين في أي استفسار. ممنوع منعاً باتاً الحصول على المساعدة من أي شخص آخر. الحل الجزئي للسؤال قد يمنحك بعض النقاط.

5. هل يوجد عدد طبيعي N بحيث يكون لمجموع أرقام العددين $2026 + N$ و $2026 \cdot N$ نفس مجموع أرقام المنازل؟ (مجموع الأرقام هو حاصل جمع كل أرقام المنازل المكوّنة للعدد).

6. في الرسم التالي جزء من تبليط بنروز، المكوّن من معيّنات. في المعيّنات الضيّقة تكون الزوايا $36^\circ, 144^\circ$ ، وفي المعيّنات العريضة تكون الزوايا $72^\circ, 108^\circ$. حدّد مثلثان رؤوسهما عند رؤوس المعيّنات كما هو موضّح في الرسم. جدوا النسبة بين مساحتي المثلثين المحدّدين (و أثبتوا ادعاءكم).



بالنّجاح!