



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה

כיתות ד'-ה'

שלב הגמר, שנת תשפ"ו

משך התחרות – 3 שעות. אסור להשתמש במחשבון או בכל מה שמכיל מחשבון. יש לכבות את כל הטלפונים.

יש לכתוב בעט, רק על הדפים הריקים שיחולקו על ידי המשגיחים, בצד אחד בלבד.

ניתן לפנות למשגיחים עם כל שאלה. קבלת עזרה מכל אחד אחר **אסורה בהחלט**.

שימו לב – בתחרות 6 שאלות. גם פתרונות חלקיים יכולים לתת חלק מנקודות על שאלה.

1. לאיליה יש מאזניים שמראים משקל מדויק של מה ששוקלים עליהם. לאיליה יש 8 תפוחים: 7 מתוכם אמיתיים, כולם שוקלים אותו משקל, ותפוח פלסטיק אחד ששוקל פחות מתפוח אמיתי. איליה שקל את כל 8 התפוחים ביחד ורשם את התוצאה, ואז שקל 5 תפוחים ורשם את התוצאה (לא ידוע אם אחד מהם עשוי מפלסטיק). האם אפשר לדעת בוודאות את המשקל של תפוח אמיתי לפי תוצאות של שתי השקילות האלה? אם כן – הסבירו כיצד ניתן לעשות זאת, ואם לא – הסבירו מדוע זה בלתי אפשרי.

2. נבו רשם במחברת שלו 4 מספרים שלמים חיוביים. הוא רשם את כל 6 תרגילי החיבור שאפשר לקבל מחיבור של שניים מהמספרים האלה, ואת כל 4 תרגילי החיבור שאפשר לקבל מחיבור של שלושה מהמספרים האלה. את כל 10 התוצאות הוא רשם בדף נפרד, בסדר עולה. אלה 10 התוצאות שהוא קיבל:

$$9, 23, 28, 30, 82, 87, 89, 101, 103, 108$$

מצאו את ארבעת המספרים המקוריים.

3. תחליפו אותיות בספרות 1, 2 או 3 כך שיתקבל שוויון נכון:

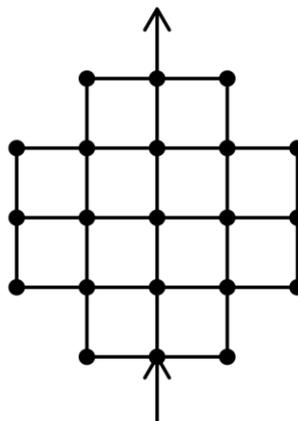
$$A + B \times (C + D \times (E + F \times (G + H))) = 190$$

למשל אפשר להחליף ככה

$$1 + 1 \times (1 + 1 \times (1 + 2 \times (2 + 3)))$$

אבל אז במקום 190 נקבל 13.

4. בציור הבא 21 נקודות מסומנות, וקווים שמחברים בינם. אורך של כל קו שמחבר שתי נקודות סמוכות הוא 1. מצאו מסלול ארוך ביותר שעובר על הקווים שבציור, מתחיל ומסתיים במקומות המסומנים, ולא עובר באותה נקודה פעמיים. הוכיחו כי לא קיים מסלול יותר ארוך. (אסור לעבור בנקודה מסומנת עוד פעם אם כבר עברנו בה)





האולימפיאדה הארצית במתמטיקה

כיתות ד'-ה'

שלב הגמר, שנת תשפ"ו

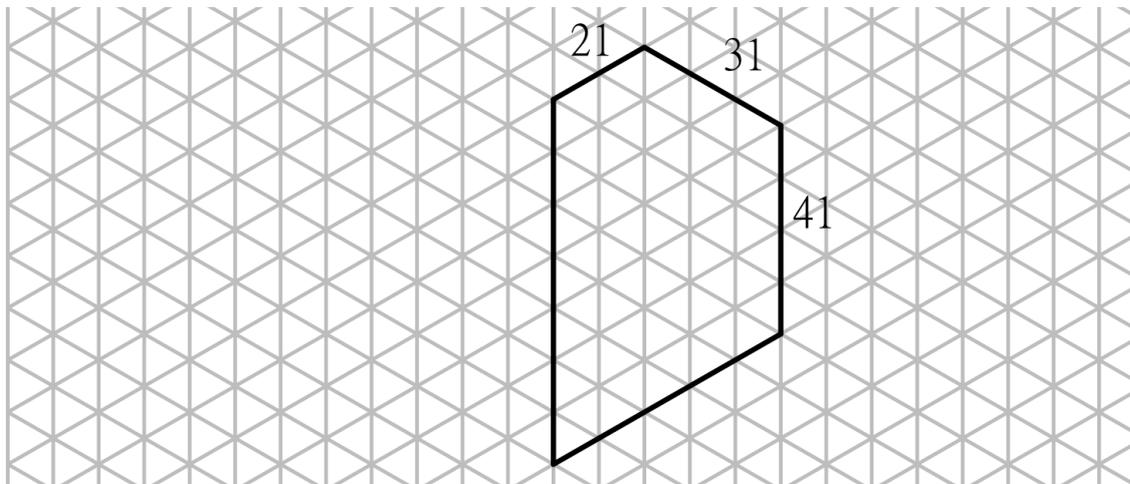
משך התחרות – 3 שעות. אסור להשתמש במחשבון או בכל מה שמכיל מחשבון. יש לכבות את כל הטלפונים.

יש לכתוב בעט, רק על הדפים הריקים שיחולקו על ידי המשגיחים, בצד אחד בלבד.

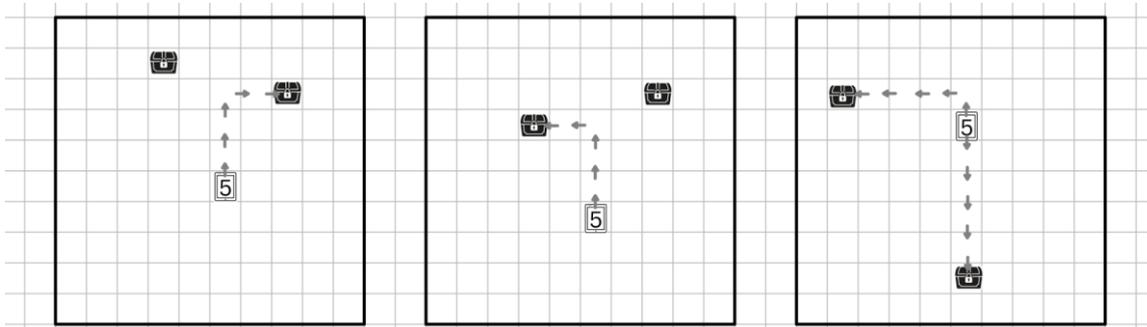
ניתן לפנות למשגיחים עם כל שאלה. קבלת עזרה מכל אחד אחר **אסורה בהחלט**.

שימו לב – בתחרות 6 שאלות. גם פתרונות חלקיים יכולים לתת חלק מנקודות על שאלה.

5. ברווז הולך במישור. הוא הלך איזשהו מרחק ישר, ואז פנה ב60 מעלות ימינה והלך 21 מטר, ואז פנה ב60 מעלות ימינה והלך 31 מטר, ואז פנה ב60 מעלות ימינה והלך 41 מטר, ואז פנה ב60 מעלות ימינה והלך איזשהו מרחק ישר וחזר לנקודה המקורית. מה המרחק הכולל אותו עבר הברווז. (כלומר מצאו את הסכום של כל 5 המרחקים אותם עבר ברווז). הציור הבא אינו מדוייק ונועד להמחשה בלבד.



6. למריה יש שדה בגודל 10×10 . בשתיים מהמשבצות כבור מטמון. למריה יש מכשיר שמראה כמה משבצות צריך לעבור בשביל להגיע למטמון הכי קרוב, אם עוברים רק ממשבצת למשבצת סמוכה. כאשר מפעילים אותו ממשבצת של המטמון הוא מראה 0. מותר להפעיל את המכשיר לא יותר מ-5 פעמים. הסבירו מאילו משבצות צריך להפעיל את המכשיר כדי לגלות איפה נמצאים שני המטמונים. (מותר להחליט מאיפה מפעילים את המכשיר על סמך תוצאות מדידות קודמות, מותר להפעיל אותו מכל משבצת שרוצים) בתמונות: המכשיר מראה 5 בכל הדוגמאות הבאות.



בהצלחה!