

Всеизраильская олимпиада по математике
для учеников 8-х и 9-х классов
Финал, 2025/2026 учебный год



1. У Ильи есть точные весы. А еще у него есть 8 яблок 3-х типов: 6 свежих яблок с одинаковым весом, 1 яблоко из пластика, которое весит меньше свежего яблока и 1 яблоко из металла, которое весит больше двух свежих яблок. Как найти вес каждого из трех типов яблок за 4 взвешивания (при этом неизвестно, какие типы яблок мы взвешиваем)?

2. По кругу на равном расстоянии друг от друга сидят 30 человек, каждый из которых или правдивый человек или лжец. Правдивый человек всегда говорит правду, а лжец - никогда. Известно, что по-крайней мере один из этих людей - лжец .

Каждый произнес следующее утверждение:

“Оба моих соседа говорят правду ИЛИ человек, который сидит строго напротив меня - лжец ИЛИ и то и другое”.

Сколько лжецов может быть в этом кругу? Найдите все возможные варианты решения и докажите, что других вариантов нет.

3. Найдите минимальное значение следующего выражения, если известно, что x и y - вещественные (действительные) числа.

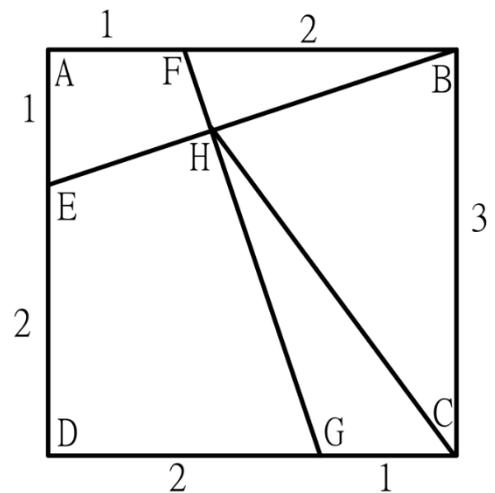
$$(x - y)^2 + (xy + 26)^2$$

4. Дан квадрат $ABCD$, длина стороны которого равна 3. Точки E, F, G расположены так, что:

$$CG = EA = AF = 1, GD = DE = FB = 2$$

Отрезки BE и FG пересекаются в точке H .

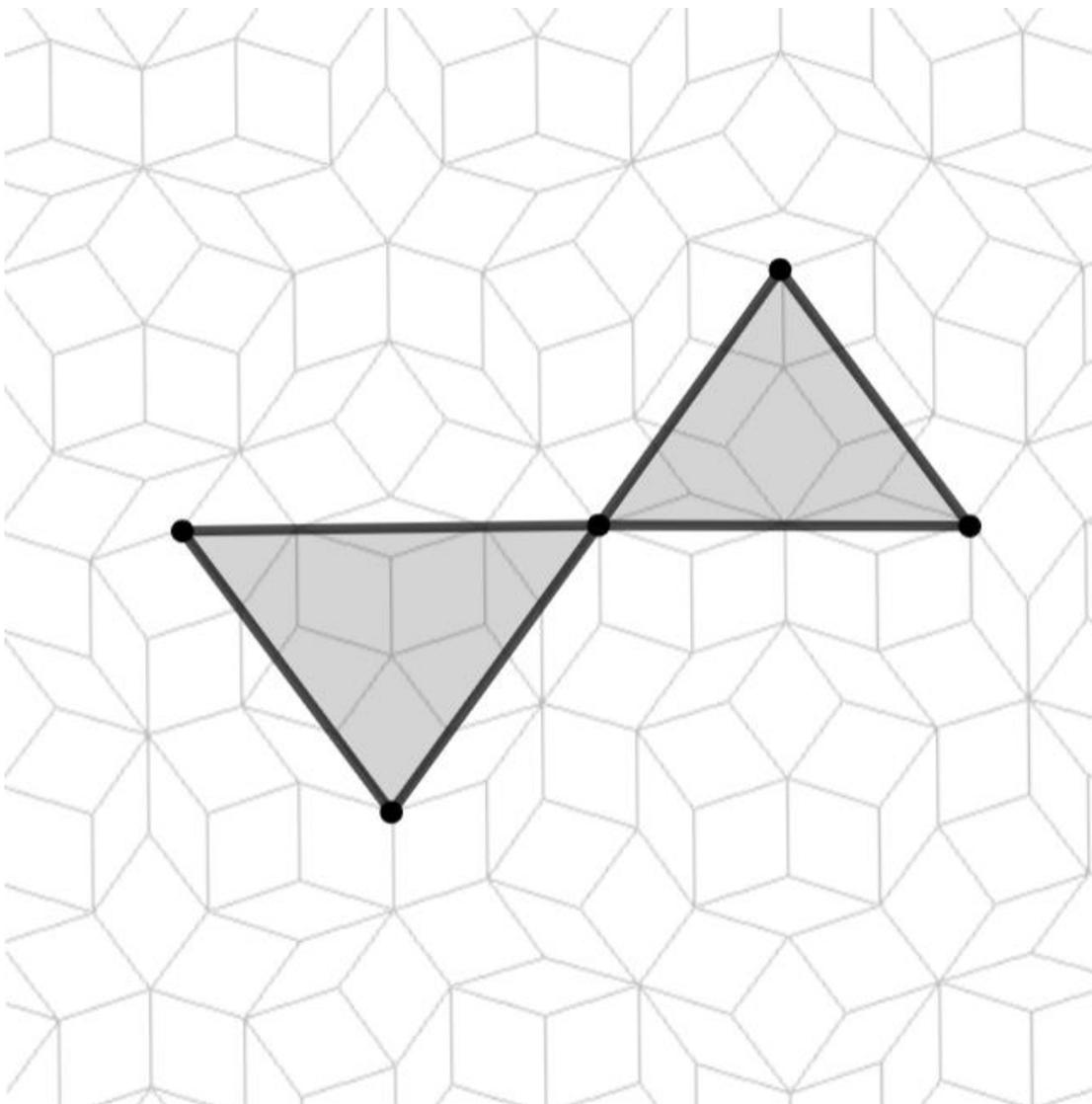
Найдите длину отрезка CH .



Всеизраильская олимпиада по математике
для учеников 8-х и 9-х классов
Финал, 2025/2026 учебный год



5. Существует ли натуральное число N для которого сумма цифр чисел $2026 + N$ и $2026 \cdot N$ одинакова? (Сумма цифр - это сумма всех цифр числа).
6. На рисунке ниже изображена часть мозаики Пенроуза, составленной из ромбов. У узких ромбов углы равны 36° и 144° , а у широких - 72° и 108° . На мозаике отмечены два треугольника с вершинами, находящимися в вершинах ромбов (см рисунок).
Найдите отношение площадей данных треугольников. Необходимо привести доказательство вашего ответа.



Удачи!