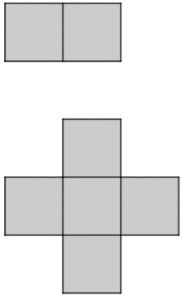


התוכנית האולימפית ה'תשפ"ד – מבחן כניסה – מועד א

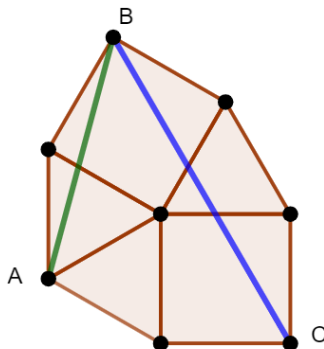
- יש לרשום את הפתרונות בדפי משבצות ולא בתוך השאלון.
- יש לסמן את מספרי השאלות שאתם פותרים. לא חובה לפתור את השאלות לפי הסדר.
- יש לנמק את התשובות (כאשר זה רלוונטי).
- יש לבצע את העבודה עצמאית.
- אין להשתמש במחשבון.
- משך המבחן – 3 שעות.



1. מצאו מלבן בעל שטח קטן ככל האפשר שניתן לרצף (בלי שהצורות יעלו זו על זו ובלי שיישארו חורים) על ידי צורות הבאות, כך שכל צורה מופיעה לפחות פעם אחת. (הראו את המלבן וכיצד הוא מרוצף. אין צורך להוכיח שהמלבן הכי קטן. כמה שהמלבן יותר קטן – ככה תקבלו יותר נקודות בשאלה)

2. נתונים 4 קלפים, עליהם רשומים מספרים $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ (כל אחד פעם אחת). מותר לסדר את המספרים כרצונכם, ולרשום בינם פעולות חשבון $+, -, \times, :$ וסוגריים. אסור לאחד או להפוך קלפים (אי אפשר להשתמש במספרים כמו $\frac{4}{3}$ או $\frac{13}{24}$). לדוגמה ניתן לקבל $\left(\frac{1}{2} + 1\right) \times \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) = \frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}$ לקבל מספר כמה שיותר גדול בצורה זאת (רשמו את המספר שמתקבל ואת הביטוי שנותן אותו. אין צורך להוכיח שהמספר הכי גדול. כמה שהמספר יותר גדול – ככה תקבלו יותר נקודות בשאלה)

3. כמה מספרים 8-ספרתיים המורכבים מספרות 1,2,3,4,5,6,7,8 (כל ספרה פעם אחת) קיימים, בהם סכום כל שתי ספרות סמוכות הוא אי-זוגי? (למשל המספר 15324687 הוא לא חוקי, והמספר 87654321 הוא חוקי. מצאו את הכמות והוכיחו שזו הכמות. הקפידו להגיש את כל החישובים)



4. בציור הבא משובע המורכב משני ריבועים ושלושה משולשים שווים צלעות. מצאו את הזווית $\angle ABC$ (שבין הקטע הירוק לקטע הכחול). כתבו מה גודל הזווית והוכיחו את טענתכם. אסור להשתמש במד-זווית בשאלה זו.

בהצלחה!



התוכנית האולימפית ה'תשפ"ד – מבחן כניסה – מועד א

5. יהיו a, b, c מספרים שלמים. נתון כי המספר

$$a \cdot (a + b) \cdot (a + b + c)$$

הוא מספר זוגי. הוכיחו כי המספר

$$a \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

גם הוא מספר זוגי. (שימו לב, לא מספיק לתת דוגמה למספרים a, b, c , אלא צריך להוכיח שמה שכתוב בשאלה מתקיים לכל שלישייה a, b, c של מספרים שלמים)

6. מישור מחולק למספר חלקים על ידי 6 ישרים. חלק מהחלקים הם מצולעים, וחלק הם חלקים

אינסופיים. הראו דרך לחלק מישור (על ידי 6 ישרים) כך שבין המצולעים יהיו בדיוק 3 מרובעים, 6 משולשים ומשושה אחד. (הציור צריך להיות ברור ומדויק)

בהצלחה!