

התוכנית האולימפית ה'תשפ"ו – מבחן כניסה – מועד א

- שימו לב – במבחן 2 עמודים עם 7 שאלות.
 - יש לרשום את הפתרונות בדפי משבצות ולא בתוך השאלון.
 - יש לסמן את מספרי השאלות שאתם פותרים. לא חובה לפתור את השאלות לפי הסדר.
 - יש לנמק את התשובות (כאשר זה רלוונטי).
 - יש לבצע את העבודה עצמאית.
 - אין להשתמש במחשבון.
 - משך המבחן – 3 שעות.
1. מקל באורך 12 מחולק ל-3 מקלות, כך שלכל שלושת המקלות אורכים שלמים חיוביים. נתון כי מהמקלות שהתקבלו אפשר להרכיב משולש (כך שמקלות יהיו צלעות של המשולש). מצאו את כל האפשרויות עבור משולש כזה.
 2. במעגל מסודרים 56 כרטיסים, ועל כל כרטיס רשום מספר לא ידוע. נתון כי לכל 12 כרטיסים עוקבים סכום המספרים שעל הכרטיסים יהיה זהה. מהי הכמות המינימלית של כרטיסים שצריך לפתוח כדי לדעת בוודאות את סכום המספרים על כל 56 הכרטיסים?
 3. נתון מרובע קמור $ABCD$ בו $AB = 3$, $CD = 5$, $BC = DA$, וגם הישרים BC , DA מאונכים זה לזה. מצאו את שטח המרובע.
 4. יהיו a, b מספרים טבעיים שונים שגדולים מ-100. הוכיחו כי

$$|\sqrt{a} - \sqrt{b}| > \frac{100}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}$$
 5. פתרו את המשוואה הבאה במספרים ממשיים:

$$x^5 + (2x + 3)^3(x - 1)^2 = x^2(2x + 3)^3 + x^3(x - 1)^2$$

בהצלחה!

התוכנית האולימפית ה'תשפ"ו – מבחן כניסה – מועד א

6. מספר a הוא מספר טבעי עבורו לפחות שלוש מהטענות הבאות נכונות:

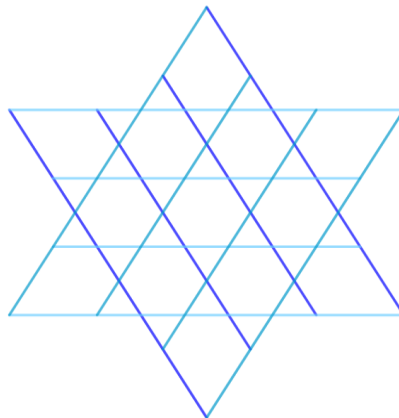
- a זוגי
- a מתחלק ב-5
- הספרה האחרונה (הכי ימנית) של a היא 7
- a מספר תלת-ספרתי

בנוסף נתון כי לפחות שלוש מהטענות הבאות הן לא נכונות:

- a מתחלק ב-3
- a מתחלק ב-4
- a לא מתחלק ב-7
- a לא מתחלק ב-12

מצאו את כל הערכים האפשריים של a .

7. בציור הבא 12 קטעים ב-3 צבעים שונים, כך שקטעים באותו צבע מקבילים זה לזה. כמה מקבילות יש בציור?



בהצלחה!