

התוכנית הקדם אקדמית ה'תשפ"ה – מבחן כניסה – מועד ב

- במבחן 6 שאלות על עמוד אחד.
- יש לרשום את הפתרונות בדפי משבצות ולא בתוך השאלון.
- יש לסמן את מספרי השאלות שאתם פותרים. לא חובה לפתור את השאלות לפי הסדר.
- יש לנמק את התשובות (כאשר זה רלוונטי).
- יש לבצע את העבודה עצמאית.
- אין להשתמש במחשבון, מחשב, טלפון, אנשים אחרים או כל דבר אחר לצורך עזרה בפתרון השאלות.
- משך המבחן – 3 שעות.

1. נתון משולש משוכלל ABC ונקודה P בתוכו. שטח המשולש הגדול הוא 36. ישירים שעוברים דרך נקודה P ומקבילים לצלעות המשולש מחלקים אותו ל-3 משולשים משוכללים ו-3 מקביליות. שטחים של שניים מהמשולשים הם 4 ו-9. מצאו את שטח המשולש השלישי. (נמקו היטב את תשובתכם)

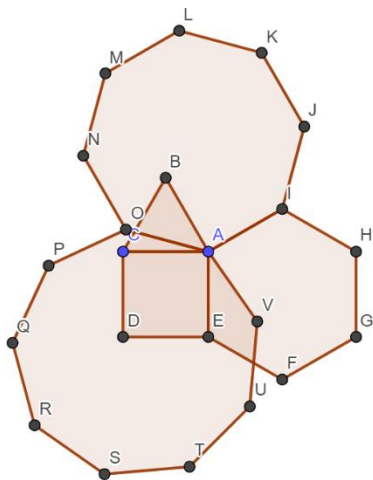
2. פתרו את המשוואה הבאה במספרים ממשיים:
(מצאו את כל הפתרונות והוכיחו שלא קיימים פתרונות אחרים)

$$\frac{1+x+x^3}{1+x-x^3} = \frac{1+x-x^3}{1+x+x^3}$$

3. יהיו a, b, c מספרים טבעיים גדולים מ-1. האם המספר $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{1}{c}\right)\left(c + \frac{1}{a}\right)$ יכול להיות מספר שלם? (מצאו דוגמה או הוכיחו שזה לא אפשרי)

4. נגדיר פעולה $a \boxtimes b = \sqrt{a \cdot b}$. למשל $a \boxtimes b = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$. אילו מהטענות הבאות מתקיימות לכל a, b, c ממשיים חיוביים, ואילו לא? (לגבי כל טענה הוכיחו או מצאו דוגמה נגדית)

א. $(a \boxtimes b) \boxtimes (a \boxtimes c) = a \boxtimes (b \boxtimes c)$
 ב. $(a \boxtimes b) \boxtimes c = a \boxtimes (b \boxtimes c)$
 ג. $(a \boxtimes b) \cdot c = (a \cdot c) \boxtimes (b \cdot c)$
 ד. $(a \boxtimes b) \cdot c = (a \boxtimes c) \cdot (b \boxtimes c)$



5. נתונים משולש משוכלל ABC , ריבוע $ACDE$ שלא מכיל את המשולש, משושה משוכלל $AEFGHI$ שלא מכיל את הריבוע, מתומן משוכלל $AJKLMNO$ שלא משכיל את המשושה ומצולע משוכלל בעל 9 צלעות $AOPQRSTUVWXYZ$ שלא מכיל את המתומן, כמתואר בצירור. מצאו את גודל הזווית $\angle BAV$. (נמקו היטב את תשובתכם)

6. בכמה מספרים תלת-ספרתיים ספרת העשרות קטנה יותר מכל אחת משתי הספרות האחרות? (נמקו היטב את תשובתכם)

בהצלחה!