

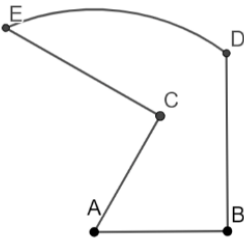


התוכנית האולימפית תשפ"ג – מבחן כניסה – מועד ב

מבחן חרמון

- יש לרשום את הפתרונות בדפי משבצות ולא בתוך השאלון.
- יש לסמן את מספרי השאלות שאתם פותרים. לא חובה לפתור את השאלות לפי הסדר.
- יש לנמק את התשובות (כאשר זה רלוונטי).
- יש לבצע את העבודה עצמאית
- אין להשתמש במחשבון
- משך המבחן – 3 שעות.

1. מספר טבעי A נקרא טוב, אם מספר שמתקבל כשכותבים את המספר $A+1$ משמאל למספר A – מתחלק ב- A . למשל 2 הוא טוב, כי 32 מתחלק ב-2, אבל 33 אינו טוב, כי 3433 לא מתחלק ב-33. כמה מספרים טבעיים טובים הקטנים מ-1000 קיימים?
הערה: מספר טבעי זה מספר שלם שגדול מ-0.

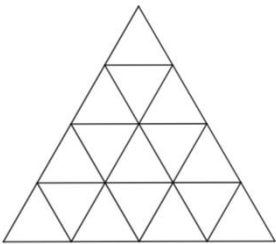


2. נתונה צורה $ABDEC$ המוגדרת כך: $AB = AC = 3$, $AC \perp CE$, $AB \perp BD$, $\angle BAC = 60^\circ$, $BD = CE = 4$ ונקודות D, E מחוברות על ידי קשת מעגלית של מעגל עם מרכז ב- A . מצאו את שטח הצורה. (הצורה מתוארת בציור)

3. מצאו 4 מספרים ראשוניים שונים, עבורם אחד מהם הוא ממוצע חשבוני של שלושת האחרים.

4. כמה זוגות (a, b) של מספרים טבעיים שקטנים מ-1000 מקיימים את הנוסחה הבאה:

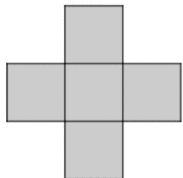
$$\frac{a^2 + 4a + 16}{b + 8} = \frac{b - 8}{a - 4}$$



5. לדניאל יש משולש משוכלל עם צלע 4, שמחולק למשולשים קטנים עם צלע 1. הוא רוצה לצבוע כל אחד מהמשולשים הקטנים באחד משני צבעים – כחול או לבן. את המשולש אפשר לסובב, אך לא להפוך, כלומר שתי צביעות נחשבות זהות אם אפשר על ידי סיבוב של המשולש לקבל אחת מהשנייה. כמה צביעות שונות קיימות?



6. האם קיים מלבן בעל שטח אי-זוגי המורכב ממשבצות, שניתן לרצף אותו על ידי דומינו ו-X-פנטומינו? דומינו היא צורה המורכבת מ-2 משבצות סמוכות, ו-X-פנטומינו היא צורה המורכבת ממשבצת וכל 4 המשבצות הסמוכות אליה.



בהצלחה!